

Magnétostatique

Dans ce chapitre, on va s'intéresser au champ magnétique en faisant l'hypothèse qu'il est indépendant du temps. On parle alors de champ magnétostatique.

I - Distributions de courant et champ magnétique

I.A - Courant électrique

Définition (Courant électrique)

Le courant électrique est un mouvement d'ensemble de porteurs de charge libres microscopiques, se traduisant à l'échelle mésoscopique par un déplacement globale de charge.

Remarque

Le sens conventionnel du courant correspond au sens de déplacement des charges positives (ou au sens opposé au sens de déplacement des charges négatives).

Définition (Intensité du courant électrique)

On considère une surface $\mathcal{S}$ orientée. L'intensité i à travers cette surface $\mathcal{S}$ est

Remarque

C'est un flux de charge !

Définition (Densité volumique de courant électrique)

Lien entre $\vec{j}$ et le déplacement des porteurs de charge

S'il n'y a qu'un type de porteurs de charge

où n est la densité volumique de porteur d'une charge q et ρ_{libre} la densité volumique de charge due aux porteurs libres.

Remarque

S'il y a plusieurs de porteurs de charge :

Démonstration

Pour simplifier, raisonnons dans un cas parfaitement unidimensionnel ($\vec{j} = j_z \vec{e}_z$ uniforme sur une section du fil) et supposons que le conducteur ne possède qu'un seul type de porteurs libres, de charge q et de densité volumique n (nombre de porteurs de charge par unité de volume). On raisonne en moyenne : tous les porteurs de charge sont supposés se déplacer à la même vitesse $\vec{v} = v_z \vec{e}_z$, qui est donc une vitesse moyenne appelée vitesse d'ensemble ou vitesse de dérive.

Entre t et $t + dt$, les porteurs avancent de $v_z dt$. Ainsi, les porteurs qui traversent S entre t et $t + dt$ se trouvent initialement tous dans un petit cylindre de section S et de longueur $v_z dt$. On compte donc $nSv_z dt$ porteurs qui sont traverser pendant dt , ce qui fait une charge $\delta q = nqSv_z dt$. Par identification des deux définitions de l'intensité, $i = nqv_z S = j_z S$ d'où $j_z = nqv_z$.

On considère un fil de section $s = 1 \text{ mm}^2$ parcouru par un courant 1A.
La densité volumique d'électrons libres est de l'ordre de 10^{29} m^{-3} .
Calculer l'ODG de la vitesse moyenne des porteurs de charge.

Courants surfaciques

Si une dimension est très petite devant les 2 autres pour la distribution, on parlera de distribution surfacique de courant, ou de courant surfacique $\vec{j}_s$

I.B - Champ magnétique

Rappel : un champ $\vec{B}$ peut être créé par un aimant et/ou des courants électriques.



Figure 1 – Lignes de champ magnétique créées par un fil et un aimant droit.

B s'exprime en Tesla (T).

ODG

Définition (Champ magnétique)

Soit une particule *test* de charge q_0 placée en M et en mouvement à une vitesse $\vec{v}_{/\mathcal{R}}(M)$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$. Elle subit une force $\vec{F}_{mag}$ qui permet de définir $\vec{B}$:

Remarque

- ▷ On a donc $\vec{B}$ qui dépend du référentiel ! Ce ne sera pas un problème pour nous, mais c'est ce qui permet d'introduire la mécanique relativiste.
- ▷ $\vec{B}$ dépend également du choix du sens direct. On dit que c'est un pseudo-vecteur.

II - Des propriétés de la distribution à celles du champs magnétostatique

II.A - Symétries de la distribution $\Rightarrow$ direction du champ

Définition (Plan de symétrie de la distribution de courant)

Le plan Π_s est plan de symétrie de la distribution de courant si

Conséquence sur le champ $\vec{B}$

On considère une distribution $\mathcal{D}$ de courant possédant un plan de symétrie Π_s . Soient M et M' deux points symétriques l'un de l'autre par rapport au plan Π_s .

Définition (Plan d'anti-symétrie de la distribution de courant)

Le plan Π_a est plan d'anti-symétrie de la distribution de courant si

Conséquence sur le champ $\vec{B}$

On considère une distribution $\mathcal{D}$ de courant possédant un plan d'anti-symétrie Π_a . Soient M et M' deux points symétriques l'un de l'autre par rapport au plan Π_a .

Dans nos exercices, les systèmes seront "à haut degré de symétrie", c'est-à-dire qu'on pourra déterminer la direction de $\vec{B}$ pour tout point M de l'espace juste avec des études de symétrie.

II.B - Invariances de la distribution $\Rightarrow$ variables du champ

Invariance de la distribution

Si la distribution de courant ne dépend pas de certaines variables, le champ magnétostatique n'en dépendra pas non plus.

Remarque

Pour déterminer de quelles variables dépend la distribution de courant, on cherche les invariances par rotation et translation :

- ▷ si par une translation le long d'un axe (Oz), la distribution reste la même, elle ne dépend pas de la variable z
- ▷ si par une rotation autour d'un axe, la distribution reste la même, elle ne dépend pas de la variable d'angle qui repère la rotation autour de l'axe (souvent θ en cylindrique autour de l'axe cartésien)
- ▷ si par une rotation autour d'un point, la distribution reste la même, elle ne dépend pas des deux variables d'angle qui repèrent la rotation autour du point (souvent θ et φ en sphérique autour du point origine)

Application :

On considère un fil infini parcouru par un courant I . Déterminer la direction et les dépendances de $\vec{B}$.

III - Circulation du champ magnétostatique : théorème d'Ampère

III.A - Théorème d'Ampère

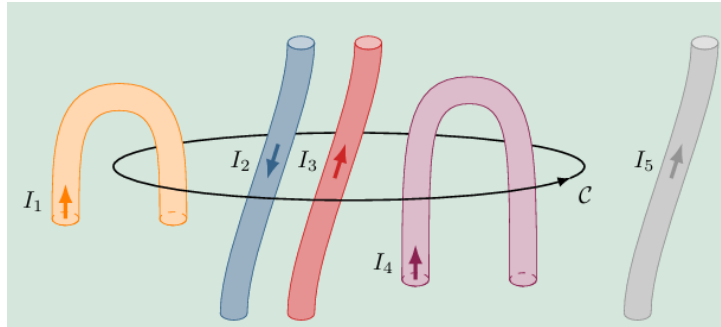
Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétique le long d'un contour d'Ampère (contour fermé et orienté Γ) est reliée au courant algébrique enlacé par ce contour :

$I_{\text{enlacé}}$ est le courant qui traverse Γ compté algébriquement dans le sens de S . S est la surface définie par Γ et orientée avec la règle de la main droite.

$I_{\text{enlacé}}$ est **algébrique** : sont comptées positivement les intensités traversant $\mathcal{S}$ dans son sens d'orientation, et négativement celles traversant $\mathcal{S}$ dans le sens opposé à son orientation.

Application



Méthode - Calculer $\vec{B}$ avec le théorème d'Ampère

III.B - Exemple : champ créé par un fil rectiligne infiniment fin parcouru par un courant linéique

Considérons un fil rectiligne, infiniment fin (rayon $R \rightarrow 0$), de longueur infinie, parcouru par un courant d'intensité I constante. Calculer le champ magnétique qu'il crée en point de l'espace.

Remarque

On constate que le champ magnétique créé par le fil diverge à proximité immédiate du fil, ce qui est physiquement impossible. Comme pour le champ électrostatique, il s'agit d'un problème de modélisation : à proximité du fil, il n'est plus possible de négliger son rayon.

III.C - Exemple : champ créé par un cylindre infini avec une densité de courant uniforme

Reprenons le calcul précédent avec un modèle amélioré, prenant en compte le rayon R du fil. La distribution de courant devient alors volumique avec une densité volumique de courant $\vec{j}$ supposée uniforme que l'on exprimera.

Remarques

- ▷ On retrouve le même résultat que précédemment pour $r > R$, ce qui est un bon point puisqu'il s'agit de deux modélisations du même objet physique.
- ▷ La divergence pour $r \rightarrow 0$ a disparu, ce qui confirme qu'il s'agit bien d'un problème de modélisation utilisée dans un domaine inadapté plutôt que d'un effet physique.
- ▷ Le champ magnétique est continu à la surface du fil : $\vec{B}(r = R^-) = \vec{B}(r = R^+)$. Comme pour le champ électrostatique, il n'y a jamais de discontinuité avec des distributions volumiques de courant.

III.D - Exemple : champ créé par un solénoïde infini**Définition (Solénoïde)****Solénoïde infini**

On peut supposer le solénoïde infini si $R \ll \ell$ et si on se place "loin des bords".

Définition (Densité linéique de spire)

Pour un solénoïde donné, sur une longueur ℓ on peut compter N spires. On a alors une densité linéique de spires n :

III.D.1 - Champ magnétostatique**Champ $\vec{B}$ créé par un solénoïde infini**

On considère un solénoïde infini d'axe (Oz) .

Le champ $\vec{B}$ créé par ce solénoïde infini est uniformément nul à l'extérieur du solénoïde. Il est uniforme à l'intérieur et il y vaut

$$\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$$

où I est l'intensité parcourant le solénoïde et n la densité linéique de spire.

Démonstration

Remarques

III.D.2 - Inductance d'un solénoïde infini

Définition (Inductance d'une bobine)

Inductance d'un solénoïde infini

Démonstration

IV - Topographie du champ magnétostatique

IV.A - Flux magnétique

Conservation du flux magnétique

Corollaire

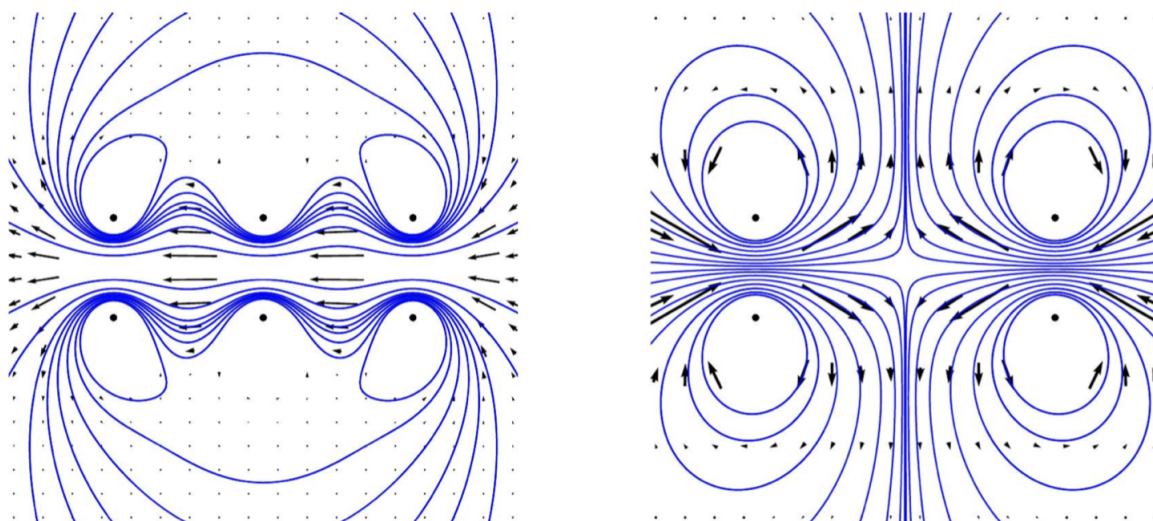
Démonstration

IV.B - Lignes de champ

Propriétés des lignes de champ magnétiques

Application

Les champs magnétiques représentés par les cartes ci-dessous sont obtenus avec des courants électriques (pas d'aimants). Dans les deux cas, indiquer la position des sources, le sens du courant, les zones de champ fort et faible, et le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.

**Sommaire**

I	Distributions de courant et champ magnétique	1
I.A	Courant électrique	1
I.B	Champ magnétique	2
II	Des propriétés de la distribution à celles du champs magnétostatique	3
II.A	Symétries de la distribution $\Rightarrow$ direction du champ	3
II.B	Invariances de la distribution $\Rightarrow$ variables du champ	4
III	Circulation du champ magnétostatique : théorème d'Ampère . . .	5
III.A	Théorème d'Ampère	5
III.B	Exemple : champ créé par un fil infini parcouru par un courant linéique	6
III.C	Exemple : champ créé par un cylindre infini avec une densité de courant uniforme	7
III.D	Exemple : champ créé par un solénoïde infini	8
III.D.1	Champ magnétostatique	9
III.D.2	Inductance d'un solénoïde infini	10
IV	Topographie du champ magnétostatique	11
IV.A	Flux magnétique	11
IV.B	Lignes de champ	12